

國立台南二中九十七學年度教師甄選數學科試題

(請考生於考試結束時將本試題與答案卷全部繳回)

10. 直線 $y=mx-2$ 與雙曲線 $16x^2-9y^2=144$ 恰交於一點，則 $m=$ _____。

11. m 為實數，已知四次方程式 $3x^4-4mx^3+1=0$ 無實根，求 m 的範圍_____。

12. 設 $\langle a_n \rangle$ 為費氏數列， $a_1=1$ ， $a_2=1$ ， $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ ， $\forall n \in \mathbb{N}$ ，令 $S_n = \frac{1}{a_2 a_4} + \frac{1}{a_3 a_5} + \frac{1}{a_4 a_6} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+2}}$ ，

試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$ _____。

13. 有 A、B 兩校分別抽樣 20 人及 30 人，數學成績的算術平均數分別是 75 分及 60 分，標準差分別是 5 分及 $\sqrt{\frac{1725}{29}}$ 分，問 A、B 兩校的 50 人合併後標準差是_____。

二、計算、證明題：(每題 10 分)

第一題為計算題，第二、三題為證明題。

1. 親親食品公司，所生產的水餃，每顆重量算術平均數為 40 克，標準差為 2 克。
每 100 顆水餃裝一包販售，每包重量規格標示為 4000 克 ± 40 克。
隨機抽查檢驗該公司市面上架販售的水餃，檢查到低於規格下界之機率？

2. 設自然數 $A = 11 \cdot 122 \cdot \dots \cdot 25$ ，由 n 個 1， $(n+1)$ 個 2，以及 1 個 5 所組成。試證明 A 是一個完全平方數。

3. $\langle F_n \rangle$ 為費氏數列，即 $F_1 = F_2 = 1$ 且 $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ ， $\forall n \in \mathbb{N}$ 均成立。

令 $\lambda_n = \frac{F_{2n}}{F_{2n+1}}$ (3 分) (1) 試證明 $\lambda_{n+1} = 2 - \frac{1}{1 + \lambda_n}$ (3 分)

(2) 試證明 $\langle \lambda_n \rangle$ 為增數列 (3 分) (3) 試證明 $\langle \lambda_n \rangle$ 收斂 (2 分)

(4) 求 $\langle \lambda_n \rangle$ 之極限 (2 分)