

--	--

**新竹市立數位實驗高級中等學校**  
**115 學年度 第 1 次正式教師甄選**  
**數學科筆試試題本**

※請應考人將個人物品置於試場前後。※

請不要翻到次頁！

讀完本頁的說明，聽從監試委員的指示才開始作答

※ 請先確認你的答案卷、准考證與座位號碼是否一致無誤。如有不同應立即請監試委員處理。使用非本人答案紙作答者，不予計分。

請閱讀以下測驗作答說明

測驗說明：

1. 檢查試題本有無缺頁、漏印或污損之情形，如有上述問題，請監試委員處理。確認無誤後，請於右上角填寫准考證後 2 碼。
2. 考試鐘（鈴）聲響起時，開始考試；未響前不可動筆；筆試時間 150 分鐘，筆試開始 20 分鐘後不得入場，開始 50 分鐘後始得繳卷離場。
3. 交卷後不得以任何理由再行入場，並不得在附近聚集喧嘩，擾亂秩序。
4. 考試結束鐘（鈴）聲響起，應立即停止作答，待監試委員收卷完畢，並全部清點無誤後，始可離場。
5. 試題除印刷不清可以舉手發問外，其他一律不予回答。

作答說明：

1. 不得將試題本、答案卷攜出試場，違者依試場規則處理。
2. 限用藍色或黑色墨水的筆書寫，字跡請清晰且容易辨識。
3. 由左而右、由上而下，橫式書寫。
4. 請勿顯示自己身分、可能暗示身分之訊息與經歷，或任何與作答無關之文字符號。

請聽到鈴（鐘）聲響後再翻頁作答

一、填充題（共 15 題，每題 4 分，共 60 分）

1. 已知實數  $x$  滿足  $x + \log_3 5$ 、 $x + \log_9 5$ 、 $x + \log_{27} 5$  成等比數列，試求公比為 \_\_\_\_\_。
2. 設  $a, b, c$  為整數，若方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的根都是方程  $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$  的根，則  $a^2 + b^2 + c^2$  的最小值為 \_\_\_\_\_。
3.  $\triangle ABC$  中， $\angle A$  為銳角，以  $\overline{AC}$  為邊向外做正方形  $ACPQ$ ，已知  $\triangle ABC$  與  $\triangle ABQ$  面積之和為 8， $\overline{BC} + \overline{BQ} = 16$ ，求  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。
4. 將 1 個紅球，2 個相同白球，3 個相同黃球，4 個相同綠球排成一列，若規定 2 個白球不相鄰且存在 2 個相鄰的綠球，則共有 \_\_\_\_\_ 種排列方法。
5. 在  $3^1 + 1$ ， $3^2 + 2$ ， $3^3 + 3$ ， $\dots$ ， $3^{2025} + 2025$ ， $3^{2026} + 2026$  這 2026 個整數中，能被 5 整除的有 \_\_\_\_\_ 個。
6. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  的前  $n$  項為  $S_n$ ，若  $a_1 = 9$  且  $\sqrt{S_{n-1}} + \sqrt{S_n} = a_n (n \geq 2)$ ，則  $a_{2026} =$  \_\_\_\_\_。
7. 雙曲線  $\Gamma$  的兩漸近線方程式為  $3x - 4y + 5 = 0$ 、 $4x - 3y + 2 = 0$ ，且點  $(6, 7)$  為其焦點。試求  $\Gamma$  的貫軸長為 \_\_\_\_\_。
8. 設  $\vec{a} = (1, 4s - t, 2s + 3t)$ ， $\vec{b} = (2, 1, 2)$ ，且  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為  $45^\circ$ 。若  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  所張成的平行四邊形在三個坐標平面的投影面積分別為 3，6，6，則實數數對  $(s, t) =$  \_\_\_\_\_。
9. 坐標平面上， $\Gamma$  為三次函數  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 4$  的函數圖形， $P(4, -24)$  為  $\Gamma$  上一點，直線  $L$  為  $\Gamma$  在  $P$  點的切線，則  $\Gamma$  和  $L$  所圍成有界區域的面積為 \_\_\_\_\_。
10. 將所有滿足  $z^2 = (3 + 4i)\bar{z}$  的非零複數  $z$  畫在複數平面上可圍成一正多邊形，則此正多邊形的面積為 \_\_\_\_\_。
11. 設  $A, B$  為拋物線  $y^2 = 4x$  上兩點，且  $A, B$  均在第一象限上，點  $C$  在  $x$  軸上，且點  $C$  之  $x$  坐標為正數，滿足  $\overline{CA} = \overline{CB}$  且  $\overline{CA} \perp \overline{CB}$ 。若  $\triangle ABC$  的面積為 9，則點  $C$  的坐標為 \_\_\_\_\_。
12. 已知一個非公正硬幣擲出正面的機率為  $\frac{1}{3}$ 、反面機率為  $\frac{2}{3}$ ，今連續投擲此硬幣，紀錄每次擲出的結果，每次結果互相不影響，則首次出現正面、反面、正面依序出現所需的投擲次數期望值為 \_\_\_\_\_。

13. 坐標平面上，某點  $P$  先以原點  $O$  為中心逆時針旋轉  $170^\circ$ ，再對於直線  $(\sqrt{3}-1)x - (\sqrt{3}+1)y = 0$  鏡射，其結果相當於  $P$  點直接對於直線  $y = (\tan\theta)x$  鏡射， $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ，試求  $\theta$  的度數為 \_\_\_\_\_。
14. 在坐標平面中，已知圓  $C_1$  與圓  $C_2$  相交於兩點，且其中一個交點為  $P(6,3)$ ，兩圓的半徑之和為  $\frac{15}{2}$ ，若兩圓均與直線  $L: y = mx$  和  $x$  軸相切，試求實數  $m$  的值為 \_\_\_\_\_。
15. 甲、乙兩人玩擲銅板遊戲，此銅板是不公正的銅板，每次投擲，其出現正面的機率為  $p$ 。甲、乙兩人輪流擲此銅板，由甲先擲，先獲得正面者獲勝。但為了補償此遊戲不利於乙，言明乙第一次投擲時，若出現反面，則乙可再擲一次。若甲、乙兩人獲勝的機率都是  $\frac{1}{2}$ ，則  $p$  的值為 \_\_\_\_\_。

## 二、申論教案題(佔 40 分)

1. 108 課綱已推行多年，「多元選修」也成為高中校園深化學生核心素養與跨領域學習的重要舞台。您擔任一位高中數學老師，教務處請您於新學年第一學期為高一或高二學生規劃一門為期一學期的數學多元選修課程（每週 2 節課）。請依序回答下列 4 個小題，並清楚標明小題題號：

### (1) 課程基本計畫表 (10 分)

請擬定並寫出：

- ① 課程名稱
- ② 教學對象與開課年級
- ③ 簡要教學目標（請至少寫出兩點，須符合核心素養導向）
- ④ 評量方式與比例（傳統紙筆測驗或多元評量皆可，並清楚註明比例，總計應為 100 %）

### (2) 18 週簡要授課進度規劃 (10 分)

請規劃第一學期約 18 週的教學進度。進度編排須具備邏輯遞進性，並能呼應教學目標。進度規劃中須合理扣除（或融入）期中、期末考週（請以 3~4 週為一個單元模組，條列呈現各週主題即可）。

### (3) 開課理念與素養核心 (10 分)

請針對以下兩點進行實務論述：

- ① 開課動機：為什麼你想開設這門課？你會如何引發學生的動機，或如何滿足高成就學生的探究需求？
- ② 撇除傳統的「紙筆測驗能力」，您希望學生修習完這門課後，能帶走什麼樣的核心能力  
(如：數學建模、科技工具操作、批判性思考、數據洞察等)或其他具體收穫？

### (4) 第一堂課(約 2 節課，共 100 分鐘)教案設計 (10分)

請從您規劃的課程中，選擇「第一次上課」的內容，撰寫一份 100 分鐘的詳細課堂活動設計表：  
內容須包含明確的引起動機、核心教材內容（學生要學到的數學工具或概念）、教學方法與學生實作活動、時間分配。

試題至此為止