

新竹市立香山高級中學 115 學年度教師甄選答案卷

科目： 國中數學科

單選題(共 25 題，每題 4 分，計 100 分)

(B)1. 41^{48} 除以 100 的餘數為下列何者？

- (A) 11 (B) 21 (C) 41 (D) 81

(A)2. 已知 a, b, c 為互質的正整數，如果 $a \log_{200} 2 + b \log_{200} 5 = c$ ，則 $a + b + c = ?$

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

(B)3. 已知函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 2x + 1} + \sqrt[3]{x^2 - 1} + \sqrt[3]{x^2 + 2x + 1}}$ ，則 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(999)$ 之值為下列何者？

- (A) $\frac{3 + \sqrt[3]{37}}{2}$ (B) $\frac{3}{2}(3 + \sqrt[3]{37})$ (C) $5 + \frac{3\sqrt[3]{37}}{2}$ (D) $9 + 3\sqrt[3]{37}$

(C)4. 已知 $\{a_n\}$ 為等差數列，且 $\{b_n\}$ 為等比數列，其中正整數 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。如果 $a_1 b_1 = 20, a_2 b_2 = 19, a_3 b_3 = 14$ ，則 $a_4 b_4$ 之最大的可能值為下列何者？

- (A) $\frac{35}{4}$ (B) 9 (C) $\frac{37}{4}$ (D) 10

(C)5. 試求無窮級數 $1 + 2 \times \left(\frac{1}{2026}\right) + 3 \times \left(\frac{1}{2026}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2026}\right)^3 + 5 \times \left(\frac{1}{2026}\right)^4 + \dots = ?$

- (A) $\left(\frac{2025}{2026}\right)^2$ (B) $\left(\frac{2026}{2027}\right)^2$ (C) $\left(\frac{2026}{2025}\right)^2$ (D) $\left(\frac{2027}{2026}\right)^2$

(D)6. 有一個十位數 A ，其數字由左至右分別為 a_1, a_2, \dots, a_{10} ，其中 $a_1 = 1$ ，而 a_2, a_3, \dots, a_{10} 皆為 0 或 1，且滿足 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$ ，則滿足這樣條件的十位數 A 共有多少個數？

- (A) 63 (B) 81 (C) 102 (D) 126

(B)7. 已知一函數 f 的定義域為所有正整數，如果 $f(1) = 100$ ，且對任意正整數 $n > 1$ ，滿足條件 $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 f(n)$ ，則 $f(100)$ 之值為下列何者？

- (A) $\frac{1}{101}$ (B) $\frac{2}{101}$ (C) 101 (D) 202

(D)8. 在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ，令 $x = \frac{a}{c}$ 且 $y = \frac{b}{c}$ 且滿足 $13xy = 15(x + y) - 15$ ，則 $x + y$ 之值為下列何者？

- (A) $\frac{13}{15}$ (B) $\frac{15}{17}$ (C) $\frac{15}{13}$ (D) $\frac{17}{13}$

(A)9. 已知實數 a, b 滿足條件 $\frac{a+6}{b} + \frac{13}{ab} = \frac{4-b}{a}$ ，則 $a + b$ 之值為下列何者？

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 5

(C)10. 已知袋子裡紅球與白球的數目之比是 19:13，如果另外再放入若干個紅球後，則紅球與白球的數目之比變為 5:3；其次，又再放入若干個白球後，則紅球與白球的數目之比變為 13:11。已知放入的紅球數比白球數少 80 個，那麼原來袋子裡共有多少個球？

- (A) 390 (B) 570 (C) 960 (D) 1040

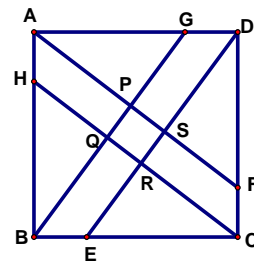
(A)11. 已知 a, b, c 皆為實數，如果 $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ ，則 $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$ 之值為下列何者？

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 9

(B)12. 如圖，正方形 $ABCD$ 中，其邊長為 1，將每邊作 n 等分，其中 n 為正整數，

且點 E, F, G, H 都是各邊上的等分點，使得 $\overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = \overline{AH} = \frac{1}{n}$ ；再分別

作 $\overline{AF}, \overline{CH}, \overline{BG}, \overline{DE}$ ，此四線段分別交於 P, Q, R, S 四點。如果四邊形 $PQRS$ 的面



積為 $\frac{1}{421}$ ，則 n 值為下列何者？

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17

(A)13. 設 a, b, c, d 都是正實數，已知三數 $\sqrt{a^2 + c^2 + d^2 + 2cd}, \sqrt{b^2 + c^2}, \sqrt{a^2 + b^2 + d^2 + 2ab}$ 可構成一個三角形的三邊長，則此三角形的面積為下列何者？

- (A) $\frac{1}{2}(ac+bc+bd)$ (B) $\frac{1}{2}(ab+bc+cd)$ (C) $\frac{1}{2}(ac+bc+ad)$ (D) $\frac{1}{2}(ad+bc+cd)$

(D)14. 已知有三個正方形面積分別為 13, 29 和 34，今將此三個正方形拼放在一起(圖形不可重疊，只有頂點重合)，中間恰好圍成一個 $\triangle ABC$ ，則此 $\triangle ABC$ 的面積為下列何者？

- (A) $\frac{13}{2}$ (B) $\frac{15}{2}$ (C) $\frac{17}{2}$ (D) $\frac{19}{2}$

(A)15. 設 $f(x)$ 為實係數四次多項式且其領導係數為 1，如果 $f(1) = -1, f(-2) = -4, f(3) = -9, f(-4) = -16$ ，則 $f(2)$ 之值為下列何者？

- (A) -28 (B) -20 (C) 4 (D) 20

(A)16. 化簡 $\sqrt{64+32\sqrt{3}} - \sqrt{97+56\sqrt{3}}$ 之值為下列何者？

- (A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6

(C)17. 試問方程式 $\log_2 \log_4 x + \log_4 \log_2 x = \frac{1}{2}$ 之實數解 x 為下列何者？

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

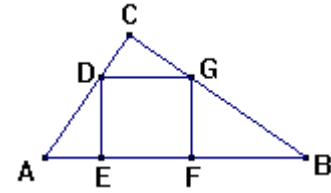
(D)18. 已知 a, b, c, d 為四個實數，如果 $a = 2b + c, b = 2c + d, 2c = d + a + 1, d = a - c$ ，則下列何者正確？

- (A) $b = \frac{1}{9}$ (B) $b = \frac{2}{9}$ (C) $b = -\frac{1}{9}$ (D) $b = -\frac{2}{9}$

(B)19. 已知一數列 $\{a_n\}$ 滿足下列條件： $a_1 = \sqrt[3]{3}, a_2 = (\sqrt[3]{3})^{\sqrt[3]{3}}, a_n = (a_{n-1})^{\sqrt[3]{3}}$ ，其中正整數 $n > 1$ ，則 a_n 為正整數時的最小正整數 n 為下列何者？

- (A) 3 (B) 4 (C) 9 (D) 27

(D)20. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，且正方形 $DGEF$ 內接於 $\triangle ABC$ 內，使得 D 、 G 分別在 \overline{AC} 、 \overline{BC} 上，以及 E 、 F 在 \overline{AB} 上，則下列何者成立？



- (A) $\overline{AB} \leq 2\overline{EF}$ (B) $\overline{AB} \geq 2\overline{EF}$ (C) $\overline{AB} \leq 3\overline{EF}$ (D) $\overline{AB} \geq 3\overline{EF}$

(A)21. 設 a 為實數，如果 $A = \left(\frac{\sqrt{|a|-3} + \sqrt{3-|a|}}{3-a} + \frac{2a}{1+a} \right)^{200}$ ，則 A 的個位數字為下列何者？

- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9

(B)22. 已知 a, b 為二數，且滿足 $|a| + a + b = 10$ ，及 $a + |b| - b = 12$ ，則 $a + b$ 之值為下列何者？

- (A) 3 (B) $\frac{18}{5}$ (C) 4 (D) $\frac{19}{5}$

(C)23. 有一組數據：2, 4, 6, a , 7, 9 的算術平均數為 b ，其中 a 為正整數且 $b > 0$ 。如果 a, b 為一元二次方程式 $(x-3)^2 = x-1$ 的二個解，則此組數據的中位數為下列何者？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

(C)24. 已知二個正整數 a, b 的最大公因數是 c ，最小公倍數是 d ，其中 $c \neq 1, c \neq a$ ，且 $c \neq b$ 。如果 $c + d = 187$ ，則 $a + b$ 之值為下列何者？

- (A) 77 (B) 110 (C) 119 (D) 121

(B)25. 設 a, b 為正數，如果方程式 $x^2 + ax + 2b = 0$ 與 $x^2 + 2bx + a = 0$ 的解都是實數，試問滿足上述條件的 $a + b$ 之最小值為下列何者？

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10